APRIL/MAY 2024

FMA22/CMA22/BMA22 — ANALYTICAL GEOMETRY OF THREE DIMENSIONS

Time : Three hours Maximum : 75 marks

Shanmuga Industries Arts & Science College T.V.Malai

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL the questions.

1. Write the intercept from of the equation of a plane.

   தளங்களின் சமன்பாட்டின் இடைமறிப்பு வடிவத்தை எழுதுங்கள்.

2. Find the angle between the planes $6x - 3y - 2z = 7$ and $x + 2y + 2z + 9 = 0$.

   $6x - 3y - 2z = 7$ மற்றும் $x + 2y + 2z + 9 = 0$ என்ற தளங்களுக்கு இடையேயான கோணம் காண்க.

3. Write down the condition for the two lines are co-planar.

   இரண்டு கோடுகள் இணைத் திட்டமிடலுக்கான நிபந்தனையை எழுதுங்கள்.

4. Put in the symmetrical form of the line:

   $3x - 2y + z - 1 = 0 = 5x + 4y - 6z - 2$

   சமச்சீர் வடிவத்தில் கோட்டை, வைக்கவும் : $3x - 2y + z - 1 = 0 = 5x + 4y - 6z - 2$

5. Define : Great circle of a sphere.

வரையறு: ஒரு கோளத்தில் பெரிய வட்டம்.

6. Find the centre and radius of the sphere.

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y + 4z - 35 = 0$.

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y + 4z - 35 = 0$ கோளத்தின் மையம் மற்றும் ஆரம் ஆகியவற்றைக் கண்டறியவும்.

7. Define: Right circular cone.

வரையறுக்க: வலது வட்டக் கூம்பு.

8. Write down the condition for the equation $f(x, y, z) = ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy + 2uy + 2wz + d = 0$ to represent a cone.

$f(x, y, z) = ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy + 2ux + 2uy + 2wz + d = 0$ ஒரு கூம்பின் பிரதிநிதித்துவ சமன்பாட்டிற்கான நிபந்தனையை எழுதவும்.

9. Define Enveloping cylinder.

உறை உருளையை வரையறுக்கவும்.

10. Define Guiding curve.

வழிகாட்டும் வளைவை வரையறுக்கவும்.

18. The place ABC, whose equation is $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, meets the axes in A, B, C. Find the equation to the circumcircle of the triangle ABC and the co-ordinates of its centre and radius.

தளம் ABC, அதன் சமன்பாடு $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, A, B, C இல் உள்ள அச்சுகளை சந்திக்கிறது. ABC முக்கோணத்தில் சுற்றளவுக்கான சமன்பாட்டைக் கண்டறிந்து அதன் மையம் மற்றம் ஆரம் ஆகியவற்றின் ஒருங்கிணைப்புகளைப் பெறவும்.

19. Find the condition for the equation $f(x, y, z) = ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy + 2ux + 2uy + 2wz + d = 0$ to represent a cone.

ஒரு கூம்பைக் குறிக்க

$f(x, y, z) = ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy + 2ux + 2uy + 2wz + d = 0$ சமன்பாட்டிற்கான நிபந்தனையைக் கண்டறியவும்.

20. Find the equation of a right circular cylinder of radius 2, and whose axis is the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{x-3}{6}$.

ஆரம் 2 இன் வலது வட்ட உருளையின் சமன்பாட்டை, மற்றும் அதன் அச்சின் $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{x-3}{6}$ கோட்டையும் கண்டறியவும்.

(b) Find the equation of a right circular cylinder of radius 3 with axis $\frac{x+2}{3}=\frac{y-4}{6}=\frac{z-1}{2}$.

அச்சு $\frac{x+2}{3}=\frac{y-4}{6}=\frac{z-1}{2}$ உடன் 3 ஆரம் கொண்ட வலது வட்ட உருளையின் சமன்பாட்டைக் கண்டறியவும்.

SECTION C — ($3 \times 10 = 30$ marks)

Answer any THREE questions.

16. Find the angle between the planes.

(a) $x-y+2z-9=0$ and $2x+y+z=7$

(b) $6x-3y-2z=7$ and $x+2y+2z+9=0$

(அ) $x-y+2z-9=0$ மற்றும் $2x+y+z=7$

(ஆ) $6x-3y-2z=7$ மற்றும் $x+2y+2z+9=0$

என்ற தளங்களுக்கு இடையேயான கோணம் காண்க.

17. Prove that all lines which intersect the lines $y=mx; z=c; y=-mx, z=-c$ and the $x-axis$ lie on the surface $mxz=cy$.

கோடுகளை வெட்டும் அனைத்து கோடுகளும் $y=mx; z=c; y=-mx, z=-c$ மற்றும் x-அச்சு மேற்பரப்பில் $mxz=cy$ உள்ளது என்பதையும் நிரூபிக்கவும்.

SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Find the equation of the plane passing through the points $(3,1,2),(3,4,4)$ and perpendicular to the place $5x+y+4z=0$.

புள்ளிகள் $(3,1,2),(3,4,4)$ மற்றும் செங்குத்தாக தளம் $5x+y+4z=0$ வழியாக செல்லும் தளத்தின் சமன்பாட்டைக் கண்டறியவும்.

Or

(b) Find the distance of the points $(2,3,4)$ and $(1,1,4)$ from the planes $3x-6y+2z+11=0$.

$3x-6y+2z+11=0$ தளங்களிலிருந்து புள்ளிகள் $(2,3,4)$ மற்றும் $(1,1,4)$ தூரத்தைக் கண்டறியவும்.

12. (a) Prove that the line $\frac{x-2}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-4}{5}$ is parallel to the plane $2x+y-2z=3$.

$\frac{x-2}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-4}{5}$ கோடு $2x+y-2z=3$ தளத்திற்கு இணையாக இருப்பதை நிரூபிக்கவும்.

Or

(b) Show that the lines $\frac{x-4}{1}=\frac{y+3}{-4}=\frac{z+1}{7}$; $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+10}{8}$ intersect and find the coordinates of the point of intersection.

$\frac{x-4}{1}=\frac{y+3}{-4}=\frac{z+1}{7}$; $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+10}{8}$ கோடுகள் வெட்டுகின்றன என்பதைக் காட்டி, வெட்டும் புள்ளியின் ஆயங்களைக் கண்டறியவும்.

13. (a) A sphere of constant radius and passes through the origin and meets the axes in A, B, C. Prove that the centroid of the triangle ABC lines on the sphere $9\left(x^2+y^2+z^2\right)=4k^2$.

நிலையான ஆரம் k கொண்ட ஒரு கோளம் தோற்றம் வழியாகச் சென்று A, B, C இல் உள்ள அச்சுகளைச் சந்திக்கிறது. ABC முக்கோணத்தின் மையப்பகுதி $9\left(x^2+y^2+z^2\right)=4k^2$ கோளத்தில் உள்ளது என்பதை நிரூபிக்கவும்.

Or

(b) Show that the plane $2x-y-2z=16$ touches the sphere $x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z-3=0$ and find the point of contact.

தளம் $2x-y-2z=16$ $x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z-3=0$ கோளத்தை தொடுவதைக் காட்டி, தொடர்பு புள்ளியைக் கண்டறியவும்.

14. (a) Show that the equation of a right circular cone whose vertex is O, axis OZ and Semi-Vertical angle α is $x^2+y^2=z^2\tan^2\alpha$.

உச்சி O, அச்சு OZ மற்றும் $x^2+y^2=z^2\tan^2\alpha$ அரை செங்குத்து கோணம் α ஆக இருக்கும் வலது வட்டக் கூம்பின் சமன்பாடு என்பதைக் காட்டுக.

Or

(b) Find the equations of the tangent planes to the cone $9x^2-4y^2+16z^2=0$ which contain the line $\frac{x}{32}=\frac{y}{72}=\frac{z}{27}$.

$\frac{x}{32}=\frac{y}{72}=\frac{z}{27}$ என்ற கோட்டைக் கொண்ட $9x^2-4y^2+16z^2=0$ வளைவுக்கான தொடுகோடு தளங்களின் சமன்பாட்டைக் கண்டறியவும்.

15. (a) Find the right circular cylinder which has the circle $x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z-1=0$; $2x-y-2z+13=0$ as the guiding curve.

$x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z-1=0$; $2x-y-2z+13=0$ என்ற வட்டத்தை வழிகாட்டும் வளைவாகக் கொண்ட வலது வட்ட உருளையைக் கண்டறியவும்.

Or